

风险平价策略及其在投资管理中的运用

高见¹ 尹小兵²

(1. 摩根士丹利华鑫基金管理公司, 广东 深圳 518000; 2. 宁波坤健资产管理有限公司, 浙江 宁波 315000)

摘要: 风险平价策略在国外投资组合管理中流行, 近年来正逐步引入国内证券市场。本文对该策略进行了分析、介绍, 并用中国股票和债券市场数据(2002~2015年)对该策略进行测试。测试结果显示, 该策略优于传统的股票债券60/40的固定比例策略, 在收益基本相同的情况下, 风险平价策略的波动性仅为传统策略的1/5, 夏普比率为传统策略的4.7倍。测试也证实了和传统策略损失来源集中于股票不同, 风险平价策略损失来源的分布更为均衡。

关键词: 风险平价策略; 风险贡献比例; 投资组合管理

Abstract: The risk parity strategy has become popular in portfolio management overseas. This paper gives a brief introduction to the strategy, and backtests it with the data of China's stock and bond markets (2002-2015). The test results show that the risk parity strategy is much better than traditional equity and bond 60/40 strategy, with almost the same expected return, but only about 1/5 volatility of the traditional strategy. The test also verified that risk parity strategy allocates losses more evenly between equity and bond in sharp contrast to the traditional strategy mainly on equity.

Key words: risk parity, percentage contribution to risk, portfolio management

作者简介: 高见, 金融学博士, 摩根士丹利华鑫基金管理公司副总经理。研究方向: 资本市场、货币政策、债券、量化投资。尹小兵, 金融学博士, 副研究员, 宁波坤健资产管理有限公司合伙人。研究方向: 资本市场、量化投资。

中图分类号: F830.91 **文献标识码:** A

风险平价(risk parity)是一种资产组合策略, 该策略在确定组合中各类资产权重时, 要求组合的风险平均分配在各类资产上, 即组合对每类资产的风险暴露程度相同^{[1] [2]}。尽管风险平价策略以风险为核心, 但与组合保险策略, 比如常见的固定比例组合保险策略(CPPI)^{[8] [9]}仍有较大不同, 该策略并不一定要求保本, 而是仅仅关注风险在各类资产平衡分配。风险平价策略起源于1996年, 美国著名对冲基金桥水基金(Bridgewater Associates), 设立了第一支风险平价策略基金: 全天候基金(All Weather fund)。在2000~2002年美国股市大调整中, 风险平价策略因其出色的表现脱颖而出, 随后该策略逐渐得到投资机构的青睐, 2008年金融危机再一次证明了该策略的成功。目前, 包括贝莱德(Blackrock)、AQR等一大批投资机构已设立了风险平价基金, 并且有越来

越多的保险公司和养老基金开始采用风险平价策略。首席投资官杂志(Chief Investor Officer magazine)2014年的调查显示, 46%的机构投资者正在使用风险平价策略。据美国最大的上市资产管理机构联博资产管理公司(Alliance Bernstein)估计, 2015年, 全球风险平价基金的总规模在4000亿美元左右, 考虑到大多数风险平价基金使用杠杆, 实际资产规模已接近1.4万亿美元。

尽管风险平价策略已在海外流行多年, 国内机构对该策略的尝试才刚起步。2016年7月, 华夏基金宣布与磐安资产管理公司(PanAgora)战略合作, 共同推出投资于中国市场的风险平价策略基金, 据透露目前大受欢迎, 意向及实盘规模累计突破200亿元^[7]。此外, 银华、博时等大型公募基金公司都在准备申报风险平价策略的产品。由于风险均衡策略通常风险较低、收益适中, 银行对此

类产品非常关注，该策略极有可能成为国内投资领域产品创新的一个重要方向。

常规的风险平价策略

常规的风险平价策略，并不使用杠杆。该风险平价策略的核心是将组合的风险平均分配在每类资产上。我们来看一个简单的情况，假设仅配置两类资产：债券和股票。我们采用波动率(收益率标准差)来衡量风险，假设债券和股票的年波动率分别为 σ_1, σ_2 ，相关系数为 ρ_{12} 。债券和股票的比例分别为 w_1, w_2 ，满足 $w_1+w_2=1$ 。组合的波动率和方差分别为：

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + w_2^2\sigma_2^2}, \sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + w_2^2\sigma_2^2,$$

我们可以将方差分解成两部分，一部分来源于债券，一部分来源于股票。显然，如果这里相关系数 $\rho_{12}=0$ ，就可以很直观地分解成 $w_1^2\sigma_1^2, w_2^2\sigma_2^2$ 。如果 $\rho_{12} \neq 0$ ，如何把既含有债券风险项的 σ_1 又含有股票风险项 σ_2 的中间项分开就是一个问题。风险平价的方法是将这部分对半开，即归为债券和股票的方差都为 $w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$ 。这样，来自债券和股票的风险比例就分别为：

$$p_1 = \frac{w_1^2\sigma_1^2 + w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_p^2}, p_2 = \frac{w_2^2\sigma_2^2 + w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_p^2} \quad (1)$$

这里， $p_1+p_2=1$ 。可以验证，这种计算过程的结果和以下定义是一样的：

$$p_1 = \left(w_1 \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_1} \right) / \sigma_p, p_2 = \left(w_2 \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_2} \right) / \sigma_p \quad (2)$$

其中， $\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_1}, \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_2}$ 分别为债券和股票资产权重的微小变动对组合标准差的边际影响。

式(1)，(2)就是资产i对组合的风险贡献比例(percentage contribution to risk) p_i 定义的两种方法。采用风险贡献比例这个指标，我们看到通常意义上的股票/债券比例为60/40这样的平衡组合，其风险来源非常不平衡，而风险平衡的组的权重则大不相同。比如，从历史来看，成熟市场国家的债券和股票的年波动率大约为5%和15%，二者的相关系数为0.2^[3]。60/40组合中，总方差来自股票和债券的风险的比例分别约为92%、8%，即组合的绝大部分风险都来源于股票。相反，如果要构建一个风险来源平衡的组合，即： $p_1=p_2$ ，根据式(1)有： $\frac{w_1}{w_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ ，即权重与波动率成反比。

除非特别说明，下面的计算均使用美国市场的相关数据。由此，简单计算可得 $w_1=0.75, w_2=0.25$ ，要达到风险来源平衡，债券比例更高，即从40%提高到75%。

如果有多种资产，只要各类资产的相关系数为0，那么权重与波动率反比的结果仍然不变，即：

$$\frac{w_i}{w_j} = \frac{\sigma_j}{\sigma_i} \quad (3)$$

如果有多种资产且相关系数不为0，与组合中其他资产正相关的权重应调低，负相关的应调高。在实践中，由于资产之间的相关性并不稳定且估计误差往往比波动率的估计误差大，因此很多时候直接利用式(3)来计算权重，这种简略计算方法得到的结果往往更为可靠²。

带杠杆的风险平价策略

从风险与收益的角度来看，风险平价组合因为有更多的债券，其组合风险更低，但是其预期收益也低。现实中，上述风险平价组合对大多数投资者来说可能没有吸引力，因为配置债券比例过高，组合预期收益达不到要求。根据经典资产组合理论，如果投资者可以以无风险利率进行借贷³，组合的优劣就由夏普比率 $\frac{E(r_p)-r_f}{\sigma_p}$ 决定，而与其预期收益是否符合投资者要求无关。对比风险平价组合和60/40组合，如果前者夏普比率高于后者，对那些希望获得高预期收益的投资者来说，持有风险平价组合，并通过一定杠杆来提升预期收益，要比直接持有60/40组合好。

如图1所示，从无风险资产出发经过风险平价组合的射线位于风险平价组合点右边的部分就是增加杠杆的效果，杠杆越高，离风险平价组合点距离越远。夏普比率就是从无风险资产出发经过所考察组合的射线的斜率，

图1 带杠杆的风险平价策略

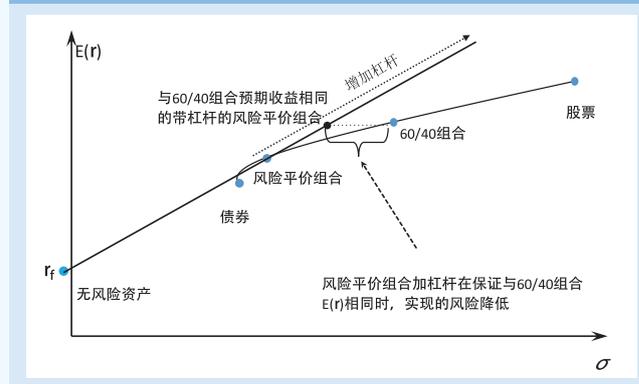


图1意味着风险平价组合的夏普比率比60/40组合更高，尽管风险平价组合的预期收益和风险都低于60/40组合，通过在风险平价组合的基础上加杠杆，能够将预期收益提升到60/40组合的水平，而波动率却明显降低。

风险平价策略主要通过杠杆，而不是增加高风险资产的权重来提升预期收益，在相同的预期收益下，通过杠杆持有风险平价组合其风险更低。

风险平价策略优于传统60/40策略么？

风险平价策略组合是否是最优组合呢？从上面的分析可以看出，答案显然是不一定，因为上述组合权重的计算过程并未考虑任何预期收益率的因素。从理论上来看，最优组合其风险分配应该有如下规则：

$$\frac{w_i(E(r_i)-r_f)}{E(r_p)-r_f} = p_i \quad (4)^4$$

即每一类资产的贡献的超额收益 $w_i(E(r_i)-r_f)$ (这里超额收益指 $E(r_i)$ 与无风险收益 r_f 的差额)占比与其风险贡献 p_i 相匹配。对传统的60/40组合，根据第一节的数据，来自股票的风险贡献比例为92%，则意味着如果该组合是最优组合，组合的超额收益中股票超额收益占比应达到92%，但是从美国的历史数据来看^[7]，股票指数和债券指数的超额收益大约在4%和2%左右，该组合来自股票的超额收益占比仅为75%(4%*0.6/(4%*0.6+2%*0.4))，显然60/40配置了过多的股票。风险平价组合来自股票的超额收益占比为40%(4%*0.25/(4%*0.25+2%*0.75))，仍然和其50%风险贡献比例有偏离，但是偏离幅度较小，这意味着根据股票和债券超额收益的历史表现，风险平价组合比传统的60/40组合更接近最优组合。实际上，如果各类资产的夏普比率相同，采用式(3)这种简单方法构造的风险平价组合就是最优组合，根据此条件和式(3)稍作推导可以得到式(4)⁵。而各类资产夏普比率相同，即风险与收益要匹配，这一假设显然有一定的合理性，这也是风险平价组合能够接近于最优组合的理论基础。

Chan(2016)^[4]显示风险平价组合夏普比例明显高于

表1 风险平价组合与60/40组合比较: 1983~2004年

	罗素1000指数	雷曼加总债券指数	60/40	风险平价
平均收益	8.3%	3.7%	6.4%	8.4%
波动性	15.1%	4.6%	9.6%	9.6%
夏普比率	0.55	0.80	0.67	0.87

60/40组合，这意味着风险平价组合的权重更接近最优组合，如表1所示。

既然平价组合只是接近最优组合，为什么不直接选择最优组合呢？原因是理想的最优组合往往缺乏可操作性。最优组合的权重对各类资产收益率高低的敏感性非常高，权重的稳定性较差，过往表现好的组合权重在下一阶段常常表现糟糕。比如，在股票市场最高点时，根据历史数据估计出未来收益率高，最优组合要求股票权重增加，结果损失反而比不调整权重更大，在最低点时类似操作亦是如此。正是由于这个原因，极端情况下，最优组合方法甚至有可能比简单的等权重策略表现更差。风险平价策略不考虑预期收益，权重的稳定性会大大提高，更有实用性。

风险平价策略与风险管理

除了比通常的60/40组合更接近于最优组合外，Chan(2006)^[9]提出风险平价本身是有意义的，风险分配比例实际上衡量了当出现较大损失时，各类资产的平均损失贡献率。根据该文，在资产1,2收益率满足相关性为 p_{12} 的联合正态分布的条件下：

$$\frac{E(w_1r_1|w_1r_1+w_2r_2=L)}{L} = p_1 + \frac{D}{L}, \quad \frac{E(w_2r_2|w_1r_1+w_2r_2=L)}{L} = p_2 - \frac{D}{L} \quad (5)$$

$D = p_2w_1\mu_1 - p_1w_2\mu_2$, μ_i 为 r_i 的期望值。对较大的 L 值， $\frac{D}{L}$ 可以忽略不计，这意味着：

$$\frac{E(w_i r_i | w_1 r_1 + w_2 r_2 = L)}{L} \approx p_i \quad (6)$$

左边为当组合实现的收益率为 L 时，资产 i 贡献的收益率占组合收益率的比例的期望值。比如考虑一个组合， $w_1=w_2=0.5$ ，当组合收益结果为-20%时，会有很多种情况导致这个结果，比如 r_1, r_2 分别为-10%和-30%，也可以分别为-15%和-25%。前一种情况下，资产1和2贡献的收益率分别为-5%，-15%，占组合收益率比例分别为0.25，0.75；后一种情况下，资产1和2贡献的收益率分别为-7.5%，-12.5%，占组合收益率比例分别为0.375，0.625。那么从事前的角度看，当出现组合亏损20%的结果时，来自1和2的亏损贡献比例可以有无数种，而其平均值就是式(5)左边部分的含义。式(6)意味着资产 i 的亏损贡献比例的均值或者期望等于风险贡献比例 p_i 。

表2 60/40组合损失贡献率的均值($p_1=7\%$, $p_2=93\%$)

损失超过(%)	次数	债券损失贡献率的均值(%)	股票损失贡献率的均值(%)
2	44	4.4	95.6
3	25	-0.1	100.1
4	14	-1.9	101.9

表3 风险平价(股债比例为23/77)组合损失贡献率的均值

损失超过(%)	次数	债券损失贡献率的均值(%)	股票损失贡献率的均值(%)
2	17	51.6	48.4
3	6	54.6	45.4
4	14	-1.9	101.9

Chan(2016)^[4]利用美国1983~2004年罗素1000指数、雷曼加总债券指数的月度数据构造了60/40组合和风险平价组合,对此进行了验证,其结果如表2、表3所示。

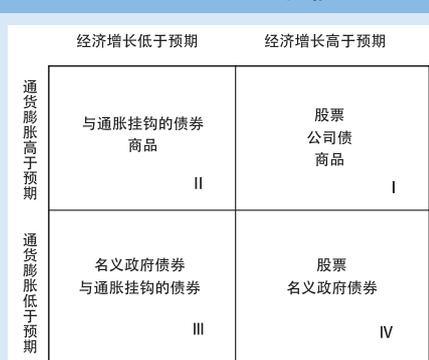
从中可以看出,风险平价组合出现超过2%总损失次数由于债券比例高而更少。对60/40组合,在损失超过2%的44次中,债券的损失贡献率的均值为4.4%,而股票的损失贡献率的均值为95%,随着损失越大,股票损失贡献率的均值略升⁶,总体上与93%的理论值相一致。风险平价组合的债券和股票的损失贡献均值大致相同,这同样与理论值相一致。

因此,风险平价的方法意味着平均来看,当面临较大损失(收益)时,各类资产损失(收益)的贡献比例基本相等。从这个意义上来说,风险平价策略实现了真正的组合风险分散化。这使得风险平价的组合构建方法有了坚实的逻辑基础。

基于风险来源的风险平价策略

除了将风险平均分配于各类资产上外⁷,风险平价策略也可以基于更为基本的风险来源,将风险平均分配于各类基本的风险上。现实中通常会有很多类型的资产,比如股票有大公司股票、小公司股票,债券有政府债券和高收益债券,商品有普通商品和贵金属等等。这些资产的风险通常来源于经济增长前景、通货膨胀等少数几种共同因素,就好像现实中五颜六色都来自于红绿蓝三原色一样。桥水基金最初的“全天候”(All weather)基金^{[5][6]}实际上就是基于风险来源的,该策略认为风险来源有两个,经济增长和通货膨胀,对应未来经济环境会有如图2所示的四种状态,即四个象限。通常来说,股票在经济增长高于预期

图2 全天候基金四个策略象限



时表现好,名义债券在通货膨胀率低于预期时表现好,商品期货在通胀率高时表现好,根据各类资产的特征,每个象限中列出了在该状态下,表现较好的资产类别。全天候,意味着能不论哪种情况发生,组合收益都不会有太大波动,因此他们将资金分配在四种组合中(分别由I、II、III、IV表示),这样,任何一种情况出现,比如当经济增长和通胀都高于预期时,象限I的组合表现就好,但是象限III的组合表现就差,象限II、IV的组合则表现中性,这样好差相互抵消,收益就能相对稳定。

为了使得对角线象限的组合好差能够刚好相互抵消,资金分配必须考虑资产的波动性,对波动性大的资产配置金额要降低,对波动性小的资产配置金额要提高。比如,如果第I象限中只有股票,第III象限中只有名义政府债券,股票的波动性为名义政府债券的3倍,假设为15%和5%,超额收益平均值假设分别为5%和2%。如果在四个象限中按照等金额配置,那么当有利于象限I的经济增长和通胀都高于预期情况出现时,根据波动性的相对大小,如果股票和债券收益率都出现1个标准差的偏离,股票收益可能为20%(5%+15%),债券收益可能为-3%(2%-5%),好差就不能完全抵消,如果债券金额为股票的3倍,那么这种波动刚好抵消,收益将稳定在2.75%的水平(1/4*5%+3/4*2%)。

因此,全天候基金在四个象限子组合的资金分配上,并不是让其金额相同,而是让其风险(波动性)相同,即每个象限子组合按照风险系数进行加权求和的金额相同,各占25%。与前面的分析相一致,全天候基金中股票比例大幅降低,而债券的比例大幅提升,股票指数、债券指数和大宗商品的比大致为30%、55%、15%⁸。

自1996~2015年,全天候基金扣掉管理费用后平均

年回报为7.7%，波动率为11.2%，而同期标普500指数年均回报为6.18%，波动率为17.9%，全天候基金波动率更小，平均回报却更高。

风险平价策略在国内资本市场的应用

如前所述，风险平价策略在国内才刚刚起步，并无历史业绩可以参考，但是我们可以利用国内资本市场数据来进行一个简单回测。我们只考虑在两类资产，即股票指数和债券指数的配置。股票指数选择了上证指数，债券指数选择中债财富总指数，无风险利率为银行间市场7天回购利率，由于中债财富总指数从2002年1月开始编制，因此我们选择了从2002年1月~2015年末的月度数据进行分析。下面我们将比较60/40股债策略、风险平价策略。

为兼顾参数估计的可靠性和适当的灵敏度，在估计每期(月)股票和债券的标准差、预期收益以及相关性的时候利用前推60个月(5年)的样本进行计算，据此计算出每期权重和收益率等指标，策略效果显示的时间为2007年1月~2015年12月。组合的每期权重与理论值一致，这意味着我们每月调整一次组合，使其达到理论比例，这里不考虑组合调整的交易成本。股票指数和债券指数的月标准差分别为8.7%和0.83%(对应年化标准差分别为30.1%和2.88%)，股票标准差大约是债券的10倍，因此我们看到在风险平价组合中，股票指数的比例大致在9%左右，如图3所示。

图4比较了60/40组合、风险平价组合累计净值走势，从中可以看出，风险平价组合与60/40组合在整个考察期累计收益基本相同，而走势波动性更小。表3显示风险平价组合远远优于60/40组合，风险平价组合的年平均收益为4.69%，略低于60/40组合的4.82%，但是标准差为

图3 风险平价组合股票比例

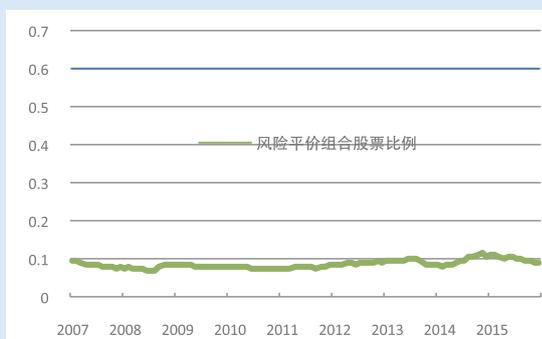
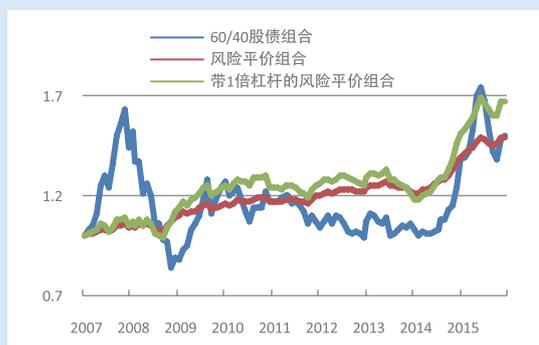


图4 三种组合累计净值走势



3.46%，远远低于60/40组合的18.25%，风险平价组合的夏普比率为0.47，是60/40组合的4.7倍。

为提升风险平价组合的平均收益，我们考察了带1倍杠杆的风险平价组合，由于股票质押融资的利率高于无风险利率，构造组合时仅考虑利用债券质押，比如如果基础风险平价组合股票和债券的权重应该为0.1、0.9，那么我们可以先将20%的资金配置股票，然后再用其余80%资金指数化地配置债券，并将债券杠杆放大到1.25倍，就可以达到与带1倍杠杆的风险平价组合相同的效果。此外，债券的杠杆也可以通过国债期货等衍生品来实现。表4显示，带1倍杠杆的平价组合平均收益提升了1.51%，标准差提高到6.97%，但仍远远低于60/40组合。

除了标准差这一风险衡量指标外，我们也考察了三个组合的最大回撤，60/40组合最大回撤为-48.47%，而风险平价组合和带1倍杠杆的风险平价组合分别为-4.53%和-11.78%，显然，风险平价组合在控制回撤方面也远远优于60/40组合。

为何风险平价组合要远远占优呢？我们发现中国股票市场并没有为波动率提供足够的补偿，投资价值较低，一个简单的事实是在我们考察期2007~2015年之内，上证指数从2675点上升到了3529点，总收益32.28%，年化标准差为30.1%，而中债财富总指数从115.8上升到166.2，总收益44%，年化标准差仅为2.88%，债券提供

表4 60/40组合、风险平价组合以及带1倍杠杆的风险平价组合比较

策略	60/40	风险平价	风险平价(1倍杠杆)
年平均收益率(%)	4.82	4.69	6.20
年平均标准差(%)	18.25	3.46	6.97
Sharpe比例	0.10	0.47	0.45
最大回撤(%)	-48.47	-4.53	-11.78

表5 60/40组合(股票风险贡献比例 p_2 的均值为1.006)损失贡献率的均值

月损失超过(%)	次数	债券损失贡献率的均值(%)	股票损失贡献率的均值(%)
3	25	-1.7	101.7
4	19	-1.8	101.8
5	12	-2.5	102.5

表6 风险平价(股票风险贡献比例 p_2 为0.5)组合损失贡献率的均值

月损失超过(%)	次数	债券损失贡献率的均值(%)	股票损失贡献率的均值(%)
1	8	37	63
2	2	55	45
5	12	-2.5	102.5

了更高的总收益,而波动率远远低于股票。从这个角度来说,债券配置比例高的组合表现越好是必然的¹⁰。

在损失发生时,风险平价组合来源于各类资产的损失贡献度更为平均。如表5、表6所示,60/40组合月损失超过3%、4%、5%发生的次数分别为25、19、12次,平均来看,股票贡献率超过了100%(这意味着当组合发生较大损失时,债券平均来看是贡献收益的),这与其1.006的风险贡献比例相当。风险平价组合月损失超过1%或2%发生的次数分别为8次或2次,其较低的波动率意味着发生较大损失的次数减少,股票和债券的贡献率分布更为平均,比如在损失超过1%的8次中,股票贡献的损失占总损失的比例,平均来看为67%,而债券的平均占比为37%。从这个意义上来说,更是一种真正意义上的风险分散的策略,比传统的60/40策略的风险集中于股票市场大不相同。

上述分析表明,在国内市场,风险平价策略仍然适用,其历史表现远远强于60/40组合,并且真正做到了风险来源分散化。

结语

风险平价策略确实是一种风险更分散的策略,较高的债券比例使得其能够抵消波动较大的股票等高风险资产对组合收益的冲击,从而收益相对更为稳定。

当然,该也存在一些对该策略的质疑。首先,由于该策略股票配置比例较低,债券比例较高,因此在股票市场牛市的时候,表现往往不佳。其次,从上个世纪80年代中期以来,欧美主要发达国家的利率水平都持续走低,债券市场经历了约30年的长周期牛市,这似乎也有利于债券配置比例高的风险平价策略,而未来债券牛市持续的可能性较低。

不过,从有效市场的角度来看,未来市场的牛熊无人能够完全预知,完全预知则不会有风险,也无需组合策略,只要选择收益最高的资产即可。另外,风险平价策略本质上跟某些指数基金有类似之处,是一种偏被动的投资策略,而被动投资的理念是不对市场趋势或时机进行预判。

当然,前述质疑并不能完全影响风险平价策略的适度合理性。正是市场面临不断的不可预期的冲击,使得致力于真正分散风险的风险平价策略有了一定的用武之地,使得其适用于某些市场情况和部分投资者。 ■

注释

1. 更一般地, $\rho_{ij} = \frac{w_i w_j \sigma_i \sigma_j}{\sigma_p^2}$, $\sum p_i = 1$, σ_{ij} 为资产 i, j 收益的协方差, σ_i , σ_p 为资产 i 和组合的波动率。
2. 即使相关系数稳定且不存在估计误差,这种简化对权重的影响也不大,比如假设三种资产,波动率相同,如果相关系数为0,各自的权重均为0.33,当其中两类资产的相关系数从0增加到1,这两类资产的比例仅从0.33下降到0.29,而另一种资产的权重上升到0.41。
3. 以资产为抵押,在杠杆率不太高的情况下,违约风险接近于0,故普通投资者可以以无风险利率借贷是接近现实的,比如我们看到的交易所债券回购市场。
4. 存在无风险资产时,最优组合即是夏普比率最高的组合,即最优组合求解问题为: $\max_{w_i} (E(r_i) - r_f) / \sigma_p$, s.t. $\sum w_i = 1$ 。一阶条件为对任何 i, $E(r_i) / \sigma_i - ((E(r_i) - r_f) / \sigma_i^2) \cdot (\partial \sigma_p / \partial w_i) = \lambda$, 将两边同乘以 w_i , 并对所有 i 相加,可得 $\lambda = r_i / \sigma_p$, 带入一阶条件化解即得。
5. 如果各资产夏普比率均相同,即 $(E(r_i) - r_f) / \sigma_i = (E(r_j) - r_f) / \sigma_j$, 根据式

(3), 得: $w_i (E(r_i) - r_f) = w_j (E(r_j) - r_f)$, 考虑到 $\sum w_i (E(r_i) - r_f) = E(r_p) - r_f$, 如果有 N 种资产, 有 $w_i (E(r_i) - r_f) / (E(r_i) - r_f) = 1 / N = p_i$ 。

6. Chan 认为这个上升可能由两种因素造成,一是损失越大发生次数越少,计算出来的均值会因为样本小而与理论值有偏差,二是股票收益的分布并非标准正态,而是有肥尾,因此极端损失发生时,股票损失贡献的概率更高。

7. 通常的风险平价组合,在大类资产配置上,除了股票和债券外,还包含大宗商品。因为大宗商品能抵御通货膨胀的影响,而股票和债券,尤其是债券,在高通胀环境中往往表现糟糕。

8. 见维基百科 <https://en.wikipedia.org/wiki/Bridgewater>。

9. 在单期模型中,带杠杆的风险平价组合理论上应该与无杠杆的风险平价组合有相同的夏普比率,如图1所示,但是由于这里涉及到多个时期且无风险利率不断变动,因此略有差异。

10. 在事后的最优组合中,股票比例大约为5%左右,因此当债券比例低于95%,债券比例越高表现越好。

(下转第56页)